Lehr- und Forschungsgebiet
Mathematische Grundlagen der Informatik
RWTH Aachen
Prof. Dr. E. Grädel, V. Bárány, T. Ganzow, Ł. Kaiser

SS 2006

4. Übung Komplexitätstheorie

Abgabe: bis Dienstag, den 2. 5. um 12:00 Uhr am Lehrstuhl oder in der Vorlesung

Aufgabe 1

Ordnen Sie folgende Komplexitätsklassen durch die Inklusionsbeziehung: $\textsc{Dtime}(n^3)$, $\textsc{Dtime}(n!)$, P, $\textsc{Logspace}$, $\textsc{Dspace}(\log^2 n)$, $\textsc{Dspace}(n \log n)$. In welchen Fällen können Sie echte Inklusion nachweisen?

Aufgabe 2

Ein *Komplexitätsmaß* ist eine partielle Funktion χ, die jeder Turingmaschine M mit Eingabe x eine natürliche Zahl zuordnet, so dass

- $\chi(M, x)$ ist definiert, wenn die Berechnung von M auf x hält und
- für jedes M, x und k entscheidbar ist, ob $\chi(M, x) = k$.

Beweisen Sie die folgenden Behauptungen:

(a) Platz- und Zeitaufwand sind Komplexitätsmaße.

(b) *Tinte*, d. h. die Anzahl der während der Berechnung von M auf x ausgeführten Transitionen, bei denen das gelesene Bandsymbol durch *ein anderes* Symbol überschrieben wird, ist ein Komplexitätsmaß.

(c) *Kopien*, d. h. die Anzahl der während der Berechnung von M auf x ausgeführten Transitionen, bei denen das gelesene Bandsymbol durch *das gleiche* Symbol überschrieben wird, ist kein Komplexitätsmaß.

Hinweis: Zeigen Sie, dass es zu jeder Turingmaschine M eine äquivalente Maschine M' gibt, so dass $\mathit{Kopien}(M', x) = 0$ für alle x gilt. Verwenden Sie anschließend die Unentscheidbarkeit des Halteproblems.

Aufgabe 3

Beweisen Sie, dass $\textsc{Polylogspace} = \bigcup_{d \in \mathbb{N}} \textsc{Dspace}\big((\log n)^d\big)$ keine vollständigen Probleme (bezüglich logspace-Reduktion) hat.

Bemerkung: Da P vollständige Probleme hat, folgt damit $\textsc{Polylogspace} \neq \mathrm{P}$.

Aufgabe 4

Beschreiben Sie einen $\textsc{NLogspace}$-Algorithmus, der für ein gegebenes Wort $x \in \Sigma^*$ und einen regulären Ausdruck α über Σ^* entscheidet, ob $x \in L(\alpha)$.