

## 7. Übung Komplexitätstheorie

Abgabe: bis Dienstag, den 23. 5. um 12:00 Uhr am Lehrstuhl oder in der Vorlesung

### Aufgabe 1

- (a) Erläutern Sie das Verhältnis zwischen den Mengen  $\text{ATIME-ALT}(\bigcup_{d \in \mathbb{N}} n^d, k)$  der Sprachen, die von einer Turingmaschine in Polynomzeit mit höchstens  $k$  Alternationen erkannt werden, und den Klassen der Polynomialen Hierarchie.
- (b) Angenommen, es gäbe ein vollständiges Problem in  $\text{ATIME-ALT}(\bigcup_{d \in \mathbb{N}} n^d, k)$ . Welche Auswirkungen hätte dies für die Polynomiale Hierarchie?

### Aufgabe 2

- (a) Geben Sie einen  $\text{ALOGSPACE}$ -Algorithmus für das Problem  $\text{GEN}$  aus der 5. Übung an.
- (b) Geben Sie einen  $\text{NLOGSPACE}$ -Algorithmus für die Variante  $\text{AGEN}$ , bei dem die Verknüpfung  $\circ$  assoziativ ist, an.

### Aufgabe 3

$\text{GAME}$  ist das Problem, zu entscheiden, ob in einem gerichteten Spielgraphen  $G = (V, V_0, V_1, E)$  mit  $V = V_0 \dot{\cup} V_1$ , in dem Spieler  $i$  an Knoten in  $V_i$  am Zug ist, Spieler 0 eine Gewinnstrategie hat. Ein Spieler verliert, falls er am Zug ist, aber nicht ziehen kann, weil der Knoten keine ausgehenden Kanten hat. Zeigen Sie, dass  $\text{GAME}$   $\text{P}$ -vollständig ist.

*Hinweis:* Zeigen Sie, dass  $\text{HORN-SAT} \leq_{\log} \text{GAME}$ .

### Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass  $\text{SAT}(\text{FO}(\emptyset))$  – das Erfüllbarkeitsproblem für die Prädikatenlogik über Mengen –  $\text{PSPACE}$ -vollständig ist.