Lehr- und Forschungsgebiet
Mathematische Grundlagen der Informatik
RWTH Aachen
Prof. Dr. E. Grädel, V. Bárány, T. Ganzow, Ł. Kaiser

SS 2006

10. Übung Komplexitätstheorie

Abgabe: bis Dienstag, den 20. 6. um 12:00 Uhr am Lehrstuhl oder in der Vorlesung

Aufgabe 1

Die Klasse MAX Σ_1 ist analog zur Klasse MAX Σ_0 definiert, aber mit existentiellen anstelle von quantorenfreien Formeln: Ein NP-Maximierungsproblem $Q = (I, S, w, \max)$, dessen Inputs endliche Strukturen einer festen Sigantur τ sind, ist MAX Σ_1, wenn es eine existenzielle FO-Formel $\exists \bar{y} \psi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{S})$ der Signatur $\tau \cup \{\bar{S}\}$ gibt, so dass für alle Inputs $\mathfrak{A}$ gilt:

$$\mathrm{opt}_Q(\mathfrak{A}) = \max_{\bar{S}} \left| \left\{ \bar{x} \ : \ (\mathfrak{A}, \bar{S}) \models \exists \bar{y} \psi(\bar{x}, \bar{S}) \right\} \right|.$$

Die Klasse MAX NP ist der Abschluss von MAX Σ_1 unter L-Reduktionen.

Zeigen Sie: MAX NP $\subseteq$ APX. Es genügt, die notwendigen Modifikationen des entsprechenden Beweises für die Klasse MAX SNP anzugeben (Satz von Papadimitriou und Yannakakis).

Aufgabe 2

Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

(a) MAX 2-SAT $\in$ MAX SNP

(b) MAX k-DEGREE INDEPENDENT SET $\in$ MAX SNP

(c) MAX CLIQUE $\notin$ MAX Σ_1

Hinweis zu (a) und (b): Die Ergebnisse beruhen auf einer geeigneten Darstellung der Input-Strukturen. Zu (c): Zeigen Sie zunächst, dass für ein Optimierungsproblem $Q \in$ MAX Σ_1 und zwei isomorphe Graphen G und H gilt: $\mathrm{opt}_Q(G \,\dot{\cup}\, H) \geq 2 \cdot \mathrm{opt}_Q(G)$.