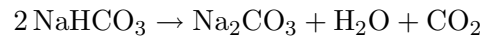
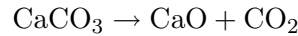
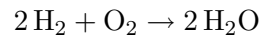


## Aufgabe 1

In einem Chemielabor stehen die Apparaturen zur Verfügung, um folgende chemische Reaktionen durchzuführen:



Ferner sind in dem Labor folgende Grundstoffe vorhanden:  $\text{H}_2$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{CaCO}_3$ ,  $\text{NaCl}$  und  $\text{NH}_3$ .

- (a) Geben Sie eine Formalisierung in AL für die oben beschriebenen Sachverhalte an.
- (b) Beweisen Sie (durch geeignete Anwendung des Erfüllbarkeitsalgorithmus für Hornformeln), dass es unter diesen Voraussetzungen möglich ist,  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  herzustellen.

*Lösung:*

- (a) Als Variablen nehmen wir  $\text{H}_2$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$  usw. (eine Variable für jeden Stoff).

Die Bedeutung der Interpretationen ist wie folgt:  $X$  ist wahr, wenn man den Stoff  $X$  aus den vorhandenen Stoffen herstellen kann. Das Vorhandensein des Grundstoffes  $X$  wird durch die Formel  $1 \rightarrow X$  ausgedrückt. Herstellungsregeln werden durch Formeln ausgedrückt (Faktoren spielen keine Rolle, da jeder Stoff in beliebiger Menge vorhanden ist):

$$\varphi_0 = \text{H}_2 \wedge \text{O}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O},$$

$$\varphi_1 = \text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} \wedge \text{CO}_2,$$

$$\varphi_2 = \text{NaHCO}_3 \rightarrow \text{Na}_2\text{CO}_3 \wedge \text{H}_2\text{O} \wedge \text{CO}_2,$$

$$\varphi_3 = \text{NaCl} \wedge \text{NH}_3 \wedge \text{H}_2\text{O} \wedge \text{CO}_2 \rightarrow \text{NH}_4\text{Cl} \wedge \text{NaHCO}_3.$$

- (b) Es ist möglich,  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  herzustellen genau dann, wenn die Menge der oben gegebenen Formeln vereinigt mit  $\text{Na}_2\text{CO}_3 \rightarrow 0$  unerfüllbar ist. Um den Algorithmus anzuwenden, schreiben wir die Formeln als Horn-Formeln um:

- $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} \wedge \text{CO}_2 \equiv (\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO}) \wedge (\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CO}_2),$
- $\text{NaHCO}_3 \rightarrow \text{Na}_2\text{CO}_3 \wedge \text{H}_2\text{O} \wedge \text{CO}_2 \equiv$   
 $(\text{NaHCO}_3 \rightarrow \text{Na}_2\text{CO}_3) \wedge (\text{NaHCO}_3 \rightarrow \text{H}_2\text{O}) \wedge (\text{NaHCO}_3 \rightarrow \text{CO}_2)$
- $\text{NaCl} \wedge \text{NH}_3 \wedge \text{H}_2\text{O} \wedge \text{CO}_2 \rightarrow \text{NH}_4\text{Cl} \wedge \text{NaHCO}_3 \equiv$   
 $(\text{NaCl} \wedge \text{NH}_3 \wedge \text{H}_2\text{O} \wedge \text{CO}_2 \rightarrow \text{NH}_4\text{Cl}) \wedge (\text{NaCl} \wedge \text{NH}_3 \wedge \text{H}_2\text{O} \wedge \text{CO}_2 \rightarrow \text{NaHCO}_3)$

Der Erfüllbarkeitsalgorithmus liefert:

- (i)  $M_0 = \emptyset,$   
(ii)  $M_1 = \{\text{H}_2, \text{O}_2, \text{CaCO}_3, \text{NaCl}, \text{NH}_3\},$   
(iii)  $M_2 = M_1 \cup \{\text{H}_2\text{O}, \text{CaO}, \text{CO}_2\},$   
(iv)  $M_3 = M_2 \cup \{\text{NH}_4\text{Cl}, \text{NaHCO}_3\},$   
(v)  $M_4 = M_3 \cup \{\text{Na}_2\text{CO}_3\}.$

Da wir die Klausel  $\text{Na}_2\text{CO}_3 \rightarrow 0$  haben, terminiert der Algorithmus und gibt „nicht erfüllbar“ aus. Also kann man  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  herstellen.